

תהליכים סטוכסטיים ויישומיהם
במודלים של אמינות, מלאי ותורים
החוג לסטטיסטיקה, אוניברסיטת חיפה,
תוכנית ה- M.A. עם התמחות בלוגיסטיקה,
סמסטר אביב – תשס"ח
מרצה: יוני נצרתי, עוזר הוראה: שי ישראלי.

עבודת בית מס' 1: תהליכים סטוכסטיים ו DTMC - מבוא

גרסה 4.0

תרגיל 1: קטלוג של תהליכים סטוכסטיים.

עבור כל דוגמא של תהליך סטוכסטי ציין האם הזמן הוא בדיד או רציף ומהו מרחב המצבים – בדיד, רציף, סופי, אין-סופי (לפעמים יש יותר מתשובה אפשרית אחת).

- (1) מחיר מנייה במהלך יום מסחר.
- (2) מחיר מנייה בפתחת כל יום מסחר.
- (3) מספר השיחות הממתינות לשרות במרכז שרות טלפוני.
- (4) כמות טלוויזיות במלאי של חנות חשמל בסוף כל יום.
- (5) כמות חיטה במלאי בבית דגון בכל רגע.
- (6) כמות חיטה במלאי בבית דגון בסוף כל יום.

תרגיל 2: תהליך סטוכסטי התלוי במשתנה מקרי יחיד

מחלקת שווק של מפעל מטריות משתמשת במודל הבא:

$$A(n) = Y \cdot \sin\left(\frac{\pi}{365} n\right)$$

כאן n הוא היום בשנה. ו- $A(n)$ מציין את מספר המטריות הצפויות להימכר ביום ה- n .

Y הוא משתנה מקרי בעל פונקציית מסת ההסתברות הבאה:

$$P(Y = y) = \begin{cases} 0.2 & y = 3000 \\ 0.7 & y = 8000 \\ 0.1 & y = 15000 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

כאן האקראיות בתהליך אינה נובעת מהביקוש הרגעי (היום יומי) אלא מהאקראיות בשנים – שנת בצורת, שנה רגילה, שנה גשומה ביותר.

- (1) צייר את פונקציית מסת ההסתברות של Y .
- (2) מהי התוחלת של Y .
- (3) צייר את שלושת הריאליזציות האפשריות של התהליך $A(n)$ – מומלץ להשתמש בתוכנת מחשב.
- (4) רשום וצייר את פונקציית מסת ההסתברות של $A(180)$.
- (5) חשב את התוחלת של $A(180)$.
- (6) צייר את פונקציית התוחלת של התהליך, $(E[A(n)])$ – מומלץ להשתמש בתוכנת מחשב.

תרגיל 2: תהליכים סטוכסטיים מבוססים ניסויי ברנולי

איש מכירות מטלפן לבתים בזה אחר זה בניסיון למכור מוצר.

הסיכוי שימכור מוצר בשיחת טלפון הוא 0.2 וכל שיחה בלתי תלויה באחרות.

נסמן ע"י $N_n = \sum_{i=1}^n X_i$ את מספר המכירות אשר בוצעו עד השיחה ה- n . כאשר X_1, X_2, \dots הם סדרת משתנים i.i.d (התפלגות משתנים מקריים בלתי תלויים ושווה).

(1) כיצד מתפלג X_i ?

(2) כיצד מתפלג N_n ?

(3) נתאר את N_n כתהליך DTMC. נסמן

$$p_{ij} = \begin{cases} 1-0.2 & j = i \\ 0.2 & j = i + 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

רשום כיצד נראית מטריצת הסתברויות המעבר – (הערה: זוהי מטריצה אין – סופית).

(4) להלן 2 אפשרויות ל"שדרוג" המודל:

a. הסיכוי למכור הולך וגובר עם הצלחות – בהתחלה הסיכוי למכור הוא 0.2, אבל לאחר שבוצעו i

$$\text{מכירות הסיכוי למכור הוא } 0.2 + 0.8\left(1 - \frac{1}{i}\right).$$

b. הסיכוי למכור הולך וגובר עם שיחות הטלפון. בשיחה הראשונה הסיכוי למכור הוא 0.2, אבל

$$\text{לאחר שבוצעו } n \text{ שיחות הסיכוי הוא } 0.2 + 0.8\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

מי מהחלופות לעיל מהווה DTMC (רמז – הומוגניות בזמן) ומי לא? רשום את חמשת האיברים הראשונים של מטריצת הסתברויות המעבר של החלופה שהיא DTMC.