

תהליכים סטוכסטיים ויישומיהם
במודלים של אמינות, מלאי ותורים
החוג לסטטיסטיקה, אוניברסיטת חיפה,
תוכנית ה-M.A. עם התמחות בלוגיסטיקה,
סמסטר אביב – תשס"ה
מרצה: יוני נצרת.

עבודת בית מס' 7:
מערכות תורים

גרסה 1.0

תרגיל 1:

בשאלה זו נדון בתכונות של מערכת תורים M/M/1 בעלת קצב כניסת לקוחות λ ותוחלת זמן שרות לקוחות μ^{-1} .
נתון: $\lambda < \mu$.

נתון שפתרון משוואות שווי משקל הוא $\pi_i = (1 - \rho)\rho^i$ עבור $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ ו- $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

- (1) מה הסיכוי שמספר הצרכנים במערכת גדול או שווה ל-5 – רשום ביטוי.
- (2) מה תוחלת מס' הצרכנים במערכת.
- (3) מה תוחלת מס' הצרכנים בתור.
- (4) מה תוחלת זמן ההמתנה בתור (בתור בלבד) – השתמש בנוסחה ליטל.
- (5) **בנוסף:** כיצד לפי דעתך נראית התפלגות זמן ההמתנה בתור? רציפה? בדידה? שילוב? צייר באופן סכמאטי.

תרגיל 2:

בשאלה זו נווה את מערכות התורים M/M/K/K ו- M/M/∞.

- (1) תאר בקצרה מהי מערכת M/M/K/K (עבור K סופי). מהי דוגמא למערכת כזו במציאות.
- (2) חזור על הסעיף הקודם עבור מערכת M/M/∞.
- (3) רשום את התפלגות הסטציונרית של מס' הצרכנים במערכת M/M/1/K ומערכת M/M/∞ - העזר בספר הלימוד. האם יש תנאי כלשהו ליציבות?
- (4) מה הקשר בין שתי ההתפלגויות? (רמז – מה קורה למערכת M/M/K/K כאשר $K \rightarrow \infty$).

תרגיל 3:

הנח כי מספר הסטודנטים בחוג לסטטיסטיקה מתנהג כמו מערכת במצב יציב. נתון כי מספר הסטודנטים הממוצע בחוג הוא 340. כמו כן נתון כי סטודנט מסיים/עוזב את לימודיו בממוצע לאחר 2.6 שנים. בנוסף ידוע שמבין אלו המבקשים להיכנס ללימודים בחוג, 62.5% מתקבלים.

בכל שנה, כמה סטודנטים בממוצע מסיימים את הלימודים?