

תהליכים סטוכסטיים ויישומיהם
במודלים של אמינות, מלאי ותורים
החוג לסטטיסטיקה, אוניברסיטת חיפה,
תוכנית ה-M.A. עם התמחות בלוגיסטיקה,
סמסטר אביב – תשס"ה
מרצה: יוני נצרת.

עבודת בית מס' 8:
תכנון אופטימאלי

גרסא 1.0

תרגיל 1:

בשאלה זו נדון בסניף דואר קטן ההולך להיפתח במרכז קניות.

בסניף מתוכנן להיות פקיד אחד בכל רגע נתון.

ידוע שקצב הגעת הלקוחות הוא $\lambda = 30$ לקוחות בממוצע בשעה. וניתן להניח שהלקוחות מגיעים על פי תהליך פואסון הומוגני בזמן.

בפני מנהל עומדת ההחלטה לגבי כמה כסף להשקיע במכשור והכשרת הפקיד. המנהל מניח (ידוע על פי מחקרים מסניפים אחרים) שתוחלת זמן השרות של הפקיד (עבור לקוח אחד) היא פונקציה של כמות הכסף שישקיע. ניתן לקרב את הפו' כך:

$$m(x) = 1 + \frac{2}{x}$$

$m(x)$ - היא תוחלת זמן השרות של צרכן יחיד (בדקות) במידה והושקעו x אלפי שקלים בהכשרת הפקיד.

לדוגמא: אם הושקעו 3000 ש"ח בהכשרת הפקיד, אז תוחלת זמן השרות היא $5/3$ דקות ולכן קצב השרות הוא $\mu = 3/5$.

- (א) מה הכמות המינימאלית שצריך להשקיע בכדי שהמערכת תהייה יציבה?
(ב) נניח כי המנהל אינו רוצה שלקוחותיו ימתינו בממוצע יותר מ 2 דקות. כמה עליו להשקיע?
(ג) נניח כי המנהל מעוניין שפחות מ 5% מלקוחותיו ישהו במערכת (תור+שרות) יותר מ 10 דקות. כמה עליו להשקיע?

תרגיל 2:

בשאלה זו נדון במערכת שרות ללא תור בעלת K שרתים, קצב הגעת צרכנים λ (על פי תהליך פואסון) ותוחלת זמן שרות $1/\mu$ (ניתן להניח זמני שרות אקספוננציאליים).

נניח כי ברצוננו לקבוע את K תחת מבנה העלויות הבא:

(א) עלות תחזוקת שרת ליחידת זמן היא c .

(ב) הרווח משהייה של צרכן במערכת ליחידת זמן הוא p .

בנוסף אנו רוצים לדאוג שאחוז הצרכנים אשר ילך לעיבוד לא יהיה גדול מ 10%. (צרכנים אשר מגיעים למערכת מלאה הולכים לאיבוד).

(1) נסח בעיית אופטימיזציה מתאימה. מהי פו' המטרה? מהו תחום הערכים אשר K יכול לקבל?

(2) רשום ביטוי מקורב לפו' המטרה עבור K גדול (רמז השתמש במערכת $M/M/\infty$).