

פתרון קובץ תרגילים #3

(3) א) נבדוק את הטענה.

זרק מטאטא נדון.

$A = \emptyset$  : נניח

$B = \Omega$

$P(A \cup B) = P(\Omega) = 1$        $P(A) = 0$

$1 \neq 0$

ב) נבדוק את הטענה כי מטאטא נדון.



$A \subset B$

$P(B|A) > 0$

$P(A \cap C) = P(B \cap C) = P(C)$       מתקיים:

$P(A|C) = P(B|C)$

$(P(B) > P(A))$        $P(A) \neq P(B)$       אבס:

$P(B|A) > 0$  כיון ש

$P(A \cup B | C) \stackrel{?}{=} P(A|C) + P(B|C)$       (2) נדון

$P((A \cup B) \cap C) \stackrel{?}{=} P(A \cap C) + P(B \cap C)$

$P[(A \cap C) \cup (B \cap C)] \stackrel{?}{=} P(A \cap C) + P(B \cap C)$       ✓

אם  $A$  ו- $B$  אינם תלויים

$$P[(A \cap C) \cup (B \cap C)] \stackrel{?}{=} P(A \cap C) + P(B \cap C)$$

יש זה 2.28

(2)

$$P[A \cap C] + P[B \cap C] - P[A \cap B \cap C] \stackrel{?}{=} P(A \cap C) + P(B \cap C)$$

! הפרש  $P(A \cap B \cap C) > 0$

לא תמיד 0

(1)  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$\Leftrightarrow$  רק A, B נגזרים (n)

(2)  $P(A \cap C) = P(A)P(C)$

רק A, C

(3)  $P(B \cup C) = P(B) + P(C)$

$\Leftrightarrow$  רק B, C

$$P[A \cap (B \cup C)] \stackrel{?}{=} P(A)P(B \cup C)$$

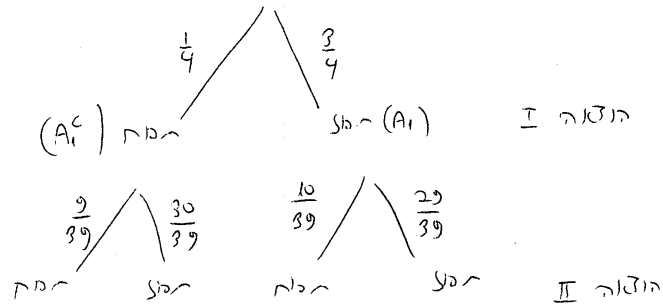
$$P[(A \cap B) \cup (A \cap C)] \stackrel{?}{=} P(A) [P(B) + P(C)]$$

$$P[A \cap B] + P[A \cap C] \stackrel{?}{=} //$$

$$\underbrace{P(A)P(B)}_{(1)} + \underbrace{P(A)P(C)}_{(2)} = P(A)P(B) + P(A)P(C) \quad \text{סוף}$$

רובי 10, שולי 30

(4)



אם  $A_2$  - רובי

אם  $A_2^c$  - שולי

$$P(A_1^c) = \frac{1}{4}$$

(1)

$$P(A_2^c) = ?$$

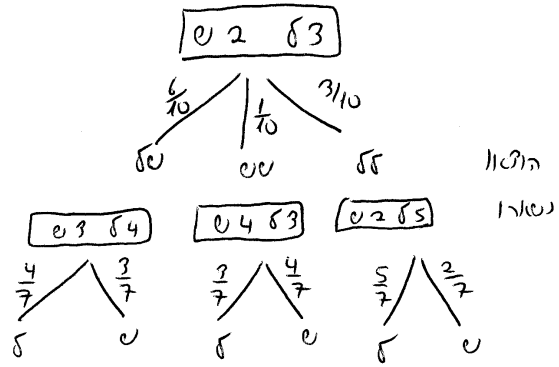
(2)

$$P(A_2^c / A_1^c) = \frac{9}{39} \Rightarrow P(A_2 / A_1^c) = 1 - \frac{9}{39}$$

$$P(A_2^c / A_1) = \frac{10}{39} \Rightarrow P(A_2 / A_1) = 1 - \frac{10}{39}$$

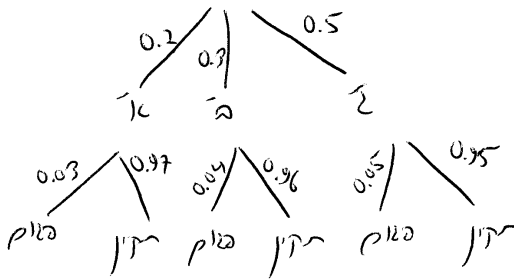
$$P(A_2^c) = P(A_2^c / A_1^c)P(A_1^c) + P(A_2^c / A_1)P(A_1) = \frac{9}{39} \cdot \frac{1}{4} + \frac{10}{39} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\binom{5}{2} = 10$$



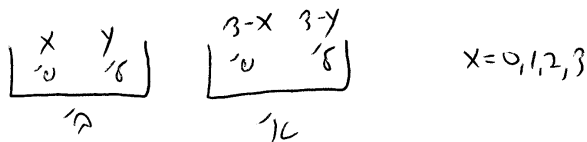
(6)

$$P(\text{פזר 100 כסף, 100}) = \frac{3}{7} \cdot \frac{6}{10} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{10} + \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{10} = \frac{2}{5}$$

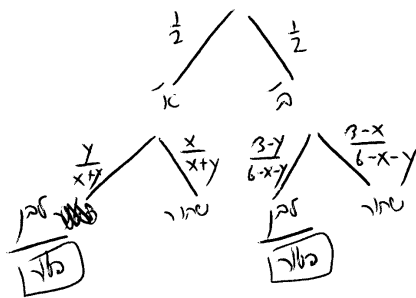


(7)

$$P(\text{בזק}) = P(\text{בזק} | 1)P(1) + P(\text{בזק} | 2)P(2) = 0.03 \cdot 0.2 + 0.04 \cdot 0.3 + 0.05 \cdot 0.5 = 0.043$$

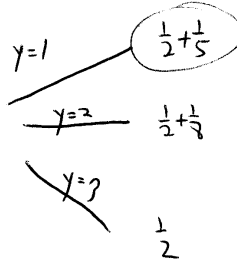


(8)

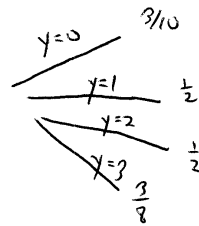


$$p(\sqrt{b_0}) = \left(\frac{y}{x+y}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{3-y}{6-x-y}\right) \cdot \frac{1}{2}$$

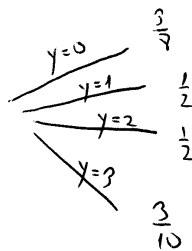
$$\boxed{X=0} \Rightarrow p(\sqrt{b_0}) = \frac{1}{2} + \left(\frac{3-y}{6-y}\right) \cdot \frac{1}{2}$$



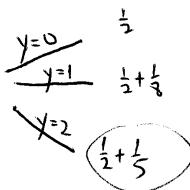
$$\boxed{X=1} \Rightarrow p(\sqrt{b_0}) = \frac{y}{2(y+1)} + \frac{(3-y)}{2(5-y)}$$



$$\boxed{X=2} \Rightarrow p(\sqrt{b_0}) = \frac{y}{2(2+y)} + \frac{3-y}{2(4-y)}$$



$$\boxed{X=3} \Rightarrow p(\sqrt{b_0}) = \frac{y}{2(3+y)} + \frac{1}{2}$$



ההסתברות הזכורה ביותר עבור מקבל נוסר  $x=0, y=1$

11 א  $x=3, y=2$  וטובה 5 -  $\left(\frac{7}{10}\right)$

פחות ברז ארץ 3 טחיות ! 2 לבנים  
לבד טני 0 טחיות (לבן ארץ)

(9) נסתכל על  $\Omega$  - כל היגרות לכרך 7 כקורס  
 טונים ל-7 תאים טונים

נחלק את  $\Omega$  לקבוצות  $A_0, A_1, \dots, A_6$

$A_i$  - יש בדיוק  $i$  תאים ריקים

יבוא לנו  $A_2$  מתקיים.

את  $A_2$  ניתן לחלק ל-  $\binom{7}{2} = 21$  קבוצות כך שכל

קבוצה מיוצרת ב-2 תאים אחרים שיש בהם ריקים

נסמן קבוצות אלו כ-  $C_1, \dots, C_{21}$ .

$C_i$  ממוין ניתן לחלק לקבוצות  $X$  ו-  $Y$

$X$  - כקורס מבורך ככה:  $\circ \circ \circ \circ \circ$   
 $Y$  - כקורס מבורך ככה:  $\circ \circ \circ \circ \circ$

המובל של כל קבוצת  $X$  הוא 4! מספר אומגה.

המובל של כל קבוצת  $Y$  הוא  $5 \cdot \binom{7}{3} 4!$

בתוך  $C_1, \dots, C_{21}$  יש קבוצות  $Y$  בתוך כל  $C_i$

סה"כ בתוך  $A_2$  מקיימים את המשוואה

$$P = \frac{\binom{7}{2} 5 \cdot \binom{7}{3} 4!}{\binom{7}{2} 5^7}$$

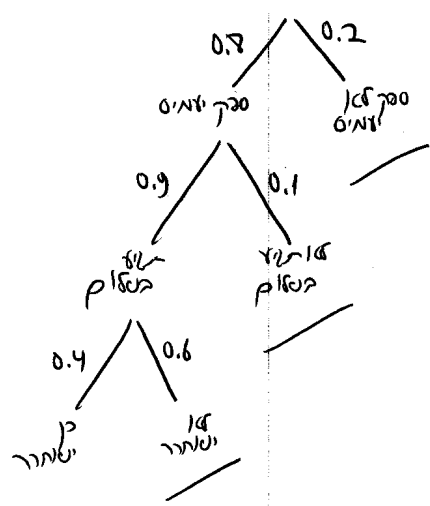
$$P(\text{בדיוק אדם אחד יורג במשורה}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{31}{72}$$

(10) (11)

$$P(\text{המספר 1 יורג} / \text{יש אדם יורג}) = \frac{P(\text{המספר 1 יורג} \cap \text{יש אדם יורג})}{P(\text{יש אדם יורג})} = \frac{1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{31}{72}}$$

(12)

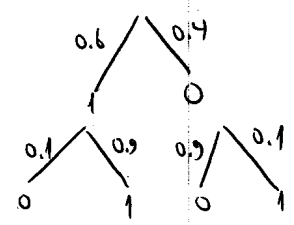
(11)



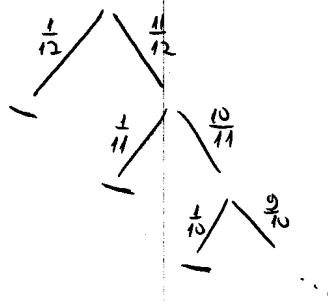
$$P(\text{סופר סטאר}) = 0.2 + 0.1 \cdot 0.8 + 0.6 \cdot 0.9 \cdot 0.8$$

$$P\left(\frac{\text{לא בטל} \mid \text{לא בטל}}{\text{לא בטל}}\right) = \frac{P\left(\frac{\text{לא בטל} \mid \text{בטל}}{\text{בטל}}\right) P(\text{בטל})}{P(\text{לא בטל})} = \frac{1 \cdot 0.2}{0.2 + 0.08 + 0.6 \cdot 0.9 \cdot 0.8}$$

(12)



$$P\left(\frac{1 \mid 0}{0}\right) = \frac{P\left(\frac{0 \mid 1}{1}\right) P(1)}{P(0)} = \frac{0.1 \cdot 0.6}{0.1 \cdot 0.6 + 0.9 \cdot 0.4} = \frac{1}{7}$$



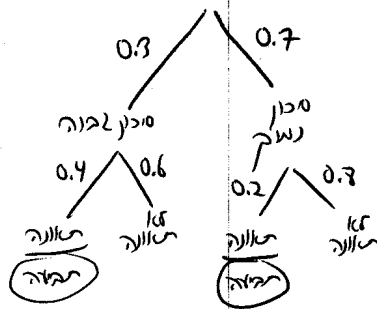
(13)

$\frac{1}{12}$  (14)

$$P\left(\begin{matrix} 12 \\ 11 \\ 10 \\ 9 \\ \dots \end{matrix}\right) = P\left(\begin{matrix} 12 \\ 11 \\ 10 \\ 9 \\ \dots \end{matrix}\right) P\left(\begin{matrix} 11 \\ 10 \\ 9 \\ 8 \\ \dots \end{matrix}\right) \dots P\left(\begin{matrix} 11 \\ 10 \\ 9 \\ 8 \\ \dots \end{matrix}\right) P\left(\begin{matrix} 11 \\ 10 \\ 9 \\ 8 \\ \dots \end{matrix}\right) = \textcircled{2}$$

$$= \frac{1}{12} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{9}{10} \dots \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{12}$$

(14)



$$P(\text{טובה}) = 0.4 \cdot 0.3 + 0.2 \cdot 0.7 = 0.26$$



$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(ANB) = \frac{2}{36}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(ANC) = \frac{2}{36}$$

$$P(C) = \frac{1}{2}$$

$$P(BnC) = \frac{2}{36}$$

$$P(ANBnC) = \frac{2}{36}$$

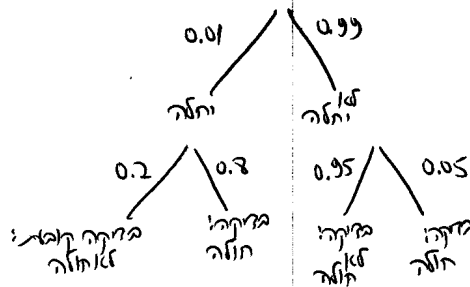
(15)

$$\frac{1}{4} = P(ANB) = P(A)P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = P(ANC) = P(A)P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = P(BnC) = P(B)P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = P(ANBnC) \neq P(A)P(B)P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$



מזיקה תולה - A  
מזיקה תולה - B

(16)

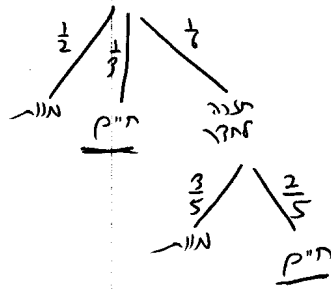
$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c) = 0.2 \cdot 0.01 + 0.95 \cdot 0.99 = 0.0575 \quad (1)$$

$$P(A|B^c) = \frac{P(B^c|A)P(A)}{P(B^c)} = \frac{0.2 \cdot 0.01}{0.2 \cdot 0.01 + 0.95 \cdot 0.99} \quad (2)$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{0.2 \cdot 0.01}{0.0575} \quad (3)$$

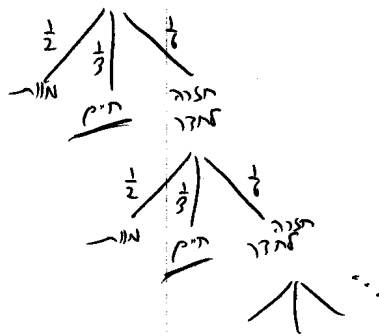
$$P(A^c|B^c) = \frac{P(B^c|A^c)P(A^c)}{P(B^c)} = \frac{0.95 \cdot 0.99}{0.2 \cdot 0.01 + 0.95 \cdot 0.99} \quad (4)$$

(16) (17)



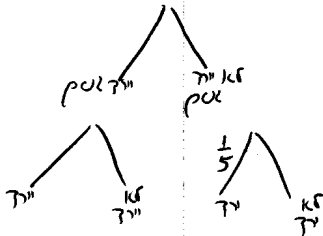
$$P(P_{17}^{Nahmad}) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{5}$$

(2)

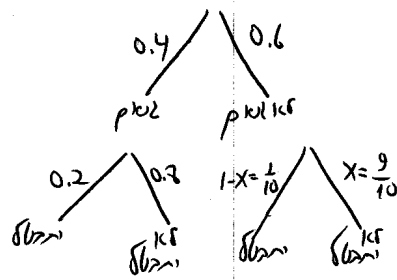


$$P(P_{17}^{Nahmad}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \dots = \sum_{x=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{6}\right)^x = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(1-\frac{1}{6})} = \frac{2}{5}$$

טענה שא נכונה! (17)



$$\frac{4}{5} = P\left(\frac{P_{17}^{Nahmad}}{P_{17}^{Pachad}}\right)$$



(19)

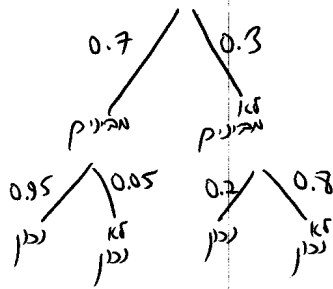
p(A) - A  
שני - B  
ק"פ

$$p(\text{שני} | \text{ק"פ}) = 0.36 = p(B^c|A)p(A) + p(B^c|A^c)p(A^c) = 0.8 \cdot 0.4 + x \cdot 0.6$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{9}{10}$$

$$p(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)} = \frac{0.2 \cdot 0.4}{0.2 \cdot 0.4 + 0.1 \cdot 0.6}$$



(20)

שני - A  
שני - B

$$p(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)} = \frac{0.95 \cdot 0.7}{0.95 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.3}$$

(k)

$$p(A|B^c) = \frac{p(B^c|A)p(A)}{p(B^c)} = \frac{0.05 \cdot 0.7}{0.05 \cdot 0.7 + 0.8 \cdot 0.3}$$

(2)