



קובייה 1

	1	2	3	4	5	6
קובייה 2	1	2	3	4	5	6
2	ה	ה	ה	ה	ה	ה
3	ה	ה	ה	ה	ה	ה
4	ה	ה	ה	ה	ה	ה
5	ה	ה	ה	ה	ה	ה
6	ה	ה	ה	ה	ה	ה

$$\frac{24}{36} \quad (3) \qquad \frac{5}{36} \quad (1) \quad (1)$$

$$\frac{28}{36} \quad (7) \qquad \frac{4}{36} \quad (2)$$

$$0 \quad (1) \qquad \frac{9}{36} \quad (2)$$

$$P(X=x) = \frac{\binom{10}{x} \binom{8}{6-x}}{\binom{18}{x}} \quad (2)$$

$$P(X=x) = \begin{cases} \frac{1}{12} & x=-1 \\ \frac{2}{9} & x=0 \\ \frac{1}{4} & x=1 \\ \frac{4}{9} & x=2 \\ 0 & \text{אחר} \end{cases} \quad (1) \quad (3)$$

$$P(X^2=0) = P(X=0) = \frac{2}{9}$$

$$P(X^2=1) = P(X=1 \cup X=-1) = \overbrace{P(X=1) + P(X=-1)}^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$P(X=-1) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{4}{9} = P(X^2=4) = P(X=2 \cup X=-2) = P(X=2)$$

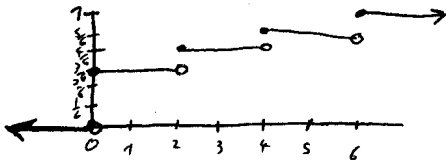
$$P(\text{אחר}) = 1 - \frac{1}{12} - \frac{2}{9} - \frac{1}{4} - \frac{4}{9} = \frac{36}{36} - \frac{3}{36} - \frac{8}{36} - \frac{16}{36} = 0$$

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{1}{12} & -1 \leq x < 0 \\ \frac{11}{36} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{20}{36} & 1 \leq x < 2 \\ 1 & 2 \leq x \end{cases} \quad (a)$$

$$F_{X^2}(x) = P(X^2 \leq x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{2}{9} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{5}{9} & 1 \leq x < 4 \\ 1 & 4 \leq x \end{cases} \quad (b)$$

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{2}{6} & 0 \leq x < 2 \\ \frac{4}{6} & 2 \leq x < 4 \\ \frac{5}{6} & 4 \leq x < 6 \\ 1 & 6 \leq x \end{cases} \quad (a)$$

$$P(X=x) = \begin{cases} \frac{3}{6} & x=0 \\ \frac{1}{6} & x=2 \\ \frac{1}{6} & x=4 \\ \frac{1}{6} & x=6 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (b) \quad (c)$$



0, 1, 2 פונקציית ההסתברות של  $X$  (5)

$$P(X=0) = \frac{n}{n+m} \cdot \frac{n-1}{n+m-1}$$

$$P(X=1) = \frac{m}{n+m} \cdot \frac{n}{n-1+m} + \frac{n}{n+m} \cdot \frac{m}{n+m-1}$$

$$P(X=2) = \frac{m}{n+m} \cdot \frac{m-1}{n-1+m}$$

$$P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \stackrel{?}{=} 1$$

הקשר

$$\frac{n(n-1) + 2mn + m(m-1)}{(n+m)(n+m-1)} = \frac{n^2 - n + 2mn + m^2 - m}{m^2 + 2mn - m + n^2 - n} = 1 \quad \checkmark$$

0, 1, 2, 3, 4 פונקציית ההסתברות של  $X$  (6)

הסתברות המשותפת של  $X$  ו- $Y$  - 2-2

$$P(Y=0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(Y=1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(Y=2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(X=i) = \sum_{j=0}^2 P(X=i | Y=j) P(Y=j) \quad i=0, \dots, 4$$



הסתברות  
משותפת  
של  $X$  ו- $Y$

$$P(X=i|Y=0) = 0 \quad i=1,2,\dots,4$$

$$P(X=0|Y=0) = 1$$

$$P(X=i|Y=1) = 0 \quad i=3,4 \quad i=0$$

$$P(X=2|Y=1) = \frac{1}{2}$$

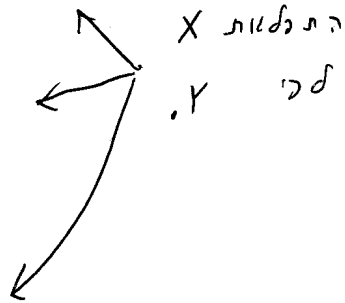
$$P(X=1|Y=1) = \frac{1}{2}$$

$$P(X=i|Y=2) = 0 \quad i=0,1$$

$$P(X=2|Y=2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(X=3|Y=2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(X=4|Y=2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



$$P(X=0) = 1 \cdot \frac{1}{4} + 0 + 0 = \frac{1}{4} = \frac{4}{16}$$

סה"כ

$$P(X=1) = 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{4} = \frac{4}{16}$$

$$P(X=2) = 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{16} = \frac{5}{16}$$

$$P(X=3) = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = \frac{2}{16}$$

$$P(X=4) = 0 + 0 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

1 סה"כ

$$q \equiv (1-p)$$

(2)

$$P(Y=0) = q^2$$

$$P(Y=1) = pq + qp$$

$$P(Y=2) = p^2$$

---

$$P(X=0|Y=0) = 1$$

$$P(X=i|Y=0) = 0 \quad i=1,2,3,4$$

---

$$P(X=i|Y=1) = 0 \quad i=0, i=3,4$$

$$P(X=1|Y=1) = q$$

$$P(X=2|Y=1) = p$$

---

$$P(X=i|Y=2) = 0 \quad i=0,1$$

$$P(X=2|Y=2) = q^2$$

$$P(X=3|Y=2) = pq + qp$$

$$P(X=4|Y=2) = p^2$$

---

$$P(X=0) = 1 \cdot q^2 + 0 + 0 = q^2$$

$$P(X=1) = 0 + q(2pq) + 0 = 2pq^2$$

$$P(X=2) = 0 + p(2pq) + q^2p^2 = 2p^2q + q^2p^2$$

$$P(X=3) = 0 + 0 + 2pq \cdot p^2 = 2p^3q$$

$$P(X=4) = 0 + 0 + p^2 \cdot p^2 = p^4$$

2732 2161

---

$$\sum_{i=0}^4 P(X=i) = q^2 + 2pq^2 + 2p^2q + q^2p^2 + 2p^3q + p^4$$
$$= (1-p)^2 + 2p(1-p)^2 + 2p^2(1-p) + (1-p)^2p^2 + 2p^3(1-p) + p^4 = \dots = 1$$

$$P(X \leq x) = F_X^{(x)} \quad \text{נחלק את המרחב ל-} m \text{ חלקים}$$

כל אחד מהם באורך  $\frac{x}{m}$  קטן.   
 המרחב  $[0, x]$  הוא  $\frac{x}{m}$  פעמים  $\frac{x}{m}$  קטן.   
 כל אחד מהם באורך  $\frac{x}{m}$  קטן.

לכן

$$P(X \leq x) = P(\text{הכלאה } m \text{ של } \frac{x}{m} \text{ קטן}) = \frac{x}{m} \cdot \dots \cdot \frac{x}{m} = \left(\frac{x}{m}\right)^m$$

$$P(X \leq 0) = 0$$

$$P(X = x) = P(X \leq x) - P(X \leq x-1) = \left(\frac{x}{m}\right)^m - \left(\frac{x-1}{m}\right)^m$$

$$P(X = 1) = \left(\frac{1}{m}\right)^m$$

$$\sum = 1 \quad \text{בדיקה}$$

$$\sum_{x=1}^m P(X=x) = 1$$

$$= \left(\frac{1}{m}\right)^m + \sum_{x=2}^m \left(\frac{x}{m}\right)^m - \sum_{x=2}^m \left(\frac{x-1}{m}\right)^m$$

$$= \sum_{x=2}^m \left(\frac{x}{m}\right)^m - \sum_{x=1}^{m-1} \left(\frac{x}{m}\right)^m + \left(\frac{1}{m}\right)^m$$

$$= \left(\frac{m}{m}\right)^m - \left(\frac{1}{m}\right)^m + \left(\frac{1}{m}\right)^m = 1$$

$$\sum_{i=0}^5 b_i = 1$$

(k) (8)

$$b = \frac{1}{\sum_{i=1}^5 i} = \frac{2}{5 \cdot 6} = \frac{1}{15}$$

$$P(X < 4) = 1 - P(X \geq 4) \quad (a)$$

$$= 1 - P(X=4) + P(X=5)$$

$$= 1 - b(4+5) = 1 - \frac{9}{15} = \frac{6}{15}$$

(b)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ b & 1 \leq x < 2 \\ 3b & 2 \leq x < 3 \\ 6b & 3 \leq x < 4 \\ 10b & 4 \leq x < 5 \\ 15b & 5 \leq x \end{cases}$$

$$P(X \leq 5) = P(X=2) + \dots + P(X=5) \quad (a)$$

$$= \frac{1+2+3}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=x) = \begin{cases} \frac{1}{36} & x=2 \\ \frac{2}{36} & x=3 \\ \frac{3}{36} & x=4 \\ \frac{4}{36} & x=5 \\ \frac{5}{36} & x=6 \\ \frac{6}{36} & x=7 \\ \frac{5}{36} & x=8 \\ \frac{4}{36} & x=9 \\ \frac{3}{36} & x=10 \\ \frac{2}{36} & x=11 \\ \frac{1}{36} & x=12 \\ 0 & x > 12 \end{cases}$$

(k) (9)

קובייה 2

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

קובייה 1

יחסיות

$$P(Y=y) = \begin{cases} 6/36 & y=0 \\ 10/36 & y=1 \\ 8/36 & y=2 \\ 6/36 & y=3 \\ 4/36 & y=4 \\ 2/36 & y=5 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases} \quad (2)$$

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

יחסיות

$$P(Z=z) = \begin{cases} 4/36 & z=1 \\ 7/36 & z=2 \\ 4/36 & z=3 \\ 7/36 & z=4 \\ 9/36 & z=5 \\ 11/36 & z=6 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases} \quad (3)$$

$M=6$   $n=2$   $n$  מספר הקוביות  $M$  מספר הפאות  $n$  מספר הקוביות

$A \subset B$   $P(A) \leq P(B)$   $P(A) \leq P(B)$

$\{Y \leq t\} \subset \{Z \leq t\} \subset \{W \leq t\}$   $Y < Z < W$   $P(A) \leq P(B)$

$$P(Y \leq t) \leq P(Z \leq t) \leq P(W \leq t)$$



$$P(X=1) = \frac{1}{6}$$

(10)

$$P(X=2) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=3) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=4) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=5) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=6) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

$$C = \frac{1}{\sum_{x=1}^N 2^x} = \frac{1}{2^{N+1} - 1 - 1}$$

$$\sum_{x=1}^N C 2^x = 1 \quad (11)$$

$$2, \dots, n \rightarrow P(X=2) \sqrt{2}^x - b \quad P(X=1) \quad (12)$$

$$P(X=2) = \frac{1}{n-1}$$

$$P(X=3) = \frac{n-2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} = \frac{1}{n-1}$$

$$P(X=4) = \frac{n-2}{n-1} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \frac{1}{n-3} = \frac{1}{n-1}$$

$$P(X=n) = \frac{n-2}{n-1} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \dots \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{n-1}$$

11c (13)

$$\Omega = \{ \omega, 01, 001, 0001, \dots, 00001, 000001, \dots \}$$

1, 2, 3, ...  $f_{1,2,3} \dots f_{1,2,3} X$  (2)

$$P(X=x) = (1-p)^{x-1} p \quad x=1, 2, \dots \quad (2)$$

0, 1, 2, ...  $f_{0,1,2} \dots f_{0,1,2} Y$  (2)  $Y = X - 1$  (3)

$$P(Y=y) = P(X-1=y) \\ = P(X=y+1) = (1-p)^{y+1-1} p = (1-p)^y p \quad y=0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

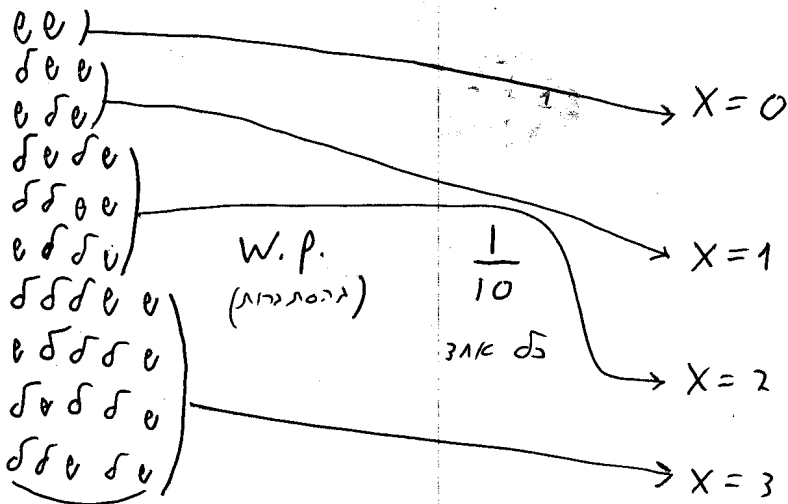
...  $f_{0,1,2,3,4,5,6} \dots f_{0,1,2,3,4,5,6} X$  (3)

14

	1	2	3	4	5	6
1	1	0	1	0	1	0
2	0	1	0	1	0	1
3	1	0	1	0	1	0
4	0	1	0	1	0	1
5	1	0	1	0	1	0
6	0	1	0	1	0	1

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \end{cases}$$

(15) אילו הם 1730 הקובצאה האנכרתיים; (אנכרתיים)



$$P(X=0) = \frac{1}{10}$$

$$P(X=1) = \frac{2}{10}$$

$$P(X=2) = \frac{3}{10}$$

$$P(X=3) = \frac{4}{10}$$

דלללללל  
 $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$   
 ↑ ↑ ↑  
 סדר  
 הקובצאה  
 הגבוות

$$P(X=3) = \frac{\binom{5}{3} 3!}{5^3}$$

$$P(X=2) = \frac{5 \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!}}{5^3}$$

$$P(X=1) = \frac{5}{5^2}$$

(16)

17)  $X$  יכולה לקבל את הערכים 1, 2, 3

$$P(X=1) = P(\text{3 ספרות זהות}) = \frac{4 \cdot 3!}{4^3}$$

$$P(X=2) = P(\text{הספר הראשון שונה מ-2 הספרים הבאים}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot 2! \cdot 3}{4^3}$$

הספר הראשון שונה מ-2 הספרים הבאים  
 הספר הראשון שונה מ-2 הספרים הבאים  
 הספר הראשון שונה מ-2 הספרים הבאים

$$P(X=3) = P(\text{הספר הראשון שונה מ-2 הספרים הבאים}) = \frac{4}{4^3}$$

$$\frac{24+36+4}{4^3} = 1$$

18)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  מתכנס או לא מתכנס

19)  $1 < p < \infty$  האם  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^p}$  מתכנס?

20)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} > 1$  (א)

21)  $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = 1$  (ב)

22)  $1 = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k < \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$  (ג)

$$\textcircled{18} \quad 1 \neq \frac{2}{3} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^k \quad (7)$$

(15) (נ"מ זיאמאר) (לכי לור זיאמאר מתכנס) (1)

(16) נ"מ כינואי, (לכי הבינון לבינון) (2)

(17) (לכי לור זיאמאר מתכנס) (3)

אם  $k=0$  נוסר (כי לור זיאמאר מתכנס)

(18) כי לור זיאמאר מתכנס

$$\textcircled{19} \quad 1 = \frac{6 \cdot 7}{2} = \sum_{k=1}^6 \frac{k}{2} \quad (1)$$

(19)  $p = \frac{2}{n}$  הסתברות שלטור

$X \sim G(p)$

$X$  מספר הניסויים עד להצלחה ראשונה

$$P(X=x) = (1-p)^{x-1} p$$

$$P(X=1) = \frac{2}{n}$$

$$= \frac{2(n-1)}{n(n-1)}$$

(2)

$$P(X=2) = \frac{n-2}{n} \cdot \frac{2}{n-1}$$

$$= \frac{2(n-2)}{n(n-1)}$$

$$P(X=3) = \frac{n-2}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{2}{n-2}$$

$$= \frac{2(n-3)}{n(n-1)}$$

$$P(X=n-2) = \frac{2 \cdot 2}{n(n-1)}$$

$$P(X=4) = \frac{n-2}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{n-4}{n-2} \cdot \frac{2}{n-3}$$

$$= \frac{2(n-4)}{n(n-1)}$$

$$P(X=0) = \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$P(X=1) = \binom{3}{1} \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)$$

$$P(X=3) = \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

$x=0,1,2,3$

$$n=3$$
$$p=\frac{1}{6}$$

Wiederholung

(20)

$$P(Y=y) = P(2X+1=y) = P\left(X = \frac{y-1}{2}\right)$$

$$\frac{y-1}{2} = 0, 1, 2, 3$$

↓

$$y = 1, 3, 5, 7$$

$$P(Y=1) = \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$P(Y=3) = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$P(Y=5) = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)$$

$$P(Y=7) = \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

(2)