

קובץ תרגילים 2:

מרחבי הסתברות ומרחבי הסתברות סימטריים

1. בכד מצויים 3 כדורים עליהם רשומות הספרות 1,2,3. מוצאים כדור באופן מקרי מהכד ולאחר מכן מוצאים כדור נוסף. בכל אחד מהמקרים, תאר את מרחב המדגם:
 (א) אם אין מחזירים את הכדור הראשון לפני הוצאת הכדור השני.
 (ב) אם מחזירים את הכדור הראשון לפני הוצאת הכדור השני.
2. יהיו A ו B מאורעות כך ש $P(A)=3/5, P(B)=1/3, P(A \cup B)=9/10$. מצא את:
 (א) $P(A \cap B)$
 (ב) $P(A^c \cap B^c)$
 (ג) $P(A^c \cup B^c)$
 (ד) $P(A \cap B^c)$
 (ה) $P((A \cap B)^c)$
 (ו) $P(A^c \cap B)$
3. יהיו A ו B מאורעות כך ש $P(A)=0.2, P(B)=0.3$.
 (א) האם יתכן ש $P(A \cup B) = 0.4$? הסבר.
 (ב) האם יתכן ש $P(A \cup B) = 0.6$? הסבר.
 (ג) חשב את $P(A \cup B)$ כאשר A ו B זרים.
 (ד) חשב $P(A \cup B)$ כאשר $A \subset B$.
4. בוחרים מספר מקרי בין 0 ל 99. מצא את ההסתברויות הבאות.
 (א) נבחר מספר המתחלק ב 3.
 (ב) נבחר מספר גדול מ 50 וקטן מ 65.
 (ג) סכום הספרות במספר שנבחר קטן מ 4.
 (ד) ספרת העשרות במספר שנבחר זוגית.
 (ה) המספר אינו שלילי.
 (ו) סכום הספרות במספר שנבחר זוגי.
5. קבוצת כדורסל מורכבת מ 3 שחקנים: שומר, מרכז, שחקן ציד. ישנן 3 קבוצות ובוחרים מכל קבוצה שחקן באופן מקרי. מצא את ההסתברות ש
 (א) השלושה שנבחרו יכולים להוות קבוצת כדורסל.
 (ב) השלושה משחקים באותו תפקיד.
 (ג) מהו המאורע המשלים לאיחוד המאורעות המתוארים בסעיפים א' ו ב'?
 חשב את הסתברותו.
6. n כדורים שונים מפוזרים באופן מקרי ב N תאים. $n \leq N$. כל תא יכול להכיל כדור אחד לכל היותר. מצא את ההסתברות שבכל אחד מ n התאים הראשונים יהיה כדור אחד בדיוק.

7. n כדורים שונים מפוזרים באופן מקרי ב N תאים. כל תא יכול להכיל n כדורים. מצא את ההסתברות ש
 (א) בכל אחד מ n התאים הראשונים יהיה כדור אחד בדיוק
 (ב) בכל אחד מ n תאים כלשהם יהיה כדור אחד בדיוק.

8. נתונה כתה של תלמידים בגודל n . נניח שיום ההולדת של כל אחד מהסטודנטים הוא באחד מ 365 ימות השנה ובעל סיכוי שווה להיות בכל אחד מן הימים. מה ההסתברות שישנם לפחות שני סטודנטים בכתה עם תאריך לידה זהה.

9. בהמשך לשאלה הקודמת. מהו גודל הכיתה הדרוש כך שההסתברות שחושבה בסעיף הקודם תהיה $= \frac{1}{2}$.

10. מתוך n זוגות נעליים בוחרים $2r$ נעליים בודדות ($2r < n$). מצא את ההסתברות של המאורעות הבאים:
 (א) אין אף זוג שלם במדגם.
 (ב) הוצא בדיוק זוג שלם אחד.
 (ג) הוצאו בדיוק 2 זוגות.
 (ד) $2r$ הנעליים שהוצאו מהווים r זוגות.

11. זורקים קוביה סימטרית 36 פעמים. מה ההסתברות לקבל כל מספר 6 פעמים.

12. בכד 3 כדורים: כחול, אדום ולבן. מוצאים שני כדורים עם החזרה.
 (א) הצע מרחב מדגם מתאים וציין את ההסתברות של כל מאורע פשוט בו.
 (ב) ציין מה המאורעות הפשוטים המוכללים במאורעות הבאים וחשב את הסתברותם:

- הוצא כדור לבן וכדור כחול.
- רק פעם אחת הוצא כדור לבן.
- הכדור הראשון שהוצע היה כחול.

13. בונים קוד מ k הספרות הנבחרות מהספרות 9 0 (ניתן לחזור על אותה ספרה). חשב את ההסתברויות הבאות:
 (ג) 0 לא נבחר.
 (ד) 1 לא נבחר.
 (ה) לפחות אחת מבין הספרות 0 או 1 לא נבחרה.

14. 10 זוגות נשואים עומדים בחדר. בוחרים מהם 2 אנשים. מצא את ההסתברות ש -
 (א) נבחר זוג נשוי.
 (ב) נבחרו גבר ואישה.

15. בכתה בת 60 סטודנטים ישנם 6 מצטיינים. מה ההסתברות שבמדגם מקרי ללא החזרה של 6 סטודנטים יהיה מצטיין אחד?

16. אוטובוס נוסע עם 4 נוסעים ונעצר ב - 10 תחנות. מה ההסתברות שבשום תחנה לא ירד יותר מנוסע אחד?

17. אחות בבית-חולים צריכה לחלק תרופות ל 4 אנשים שונים. לרוע המזל היא שכחה איזו תרופה מתאימה לאיזה חולה ואי לכך מחלקת אותן באופן מקרי. מצא את ההסתברות ש-
- א) כל 4 התרופות יגיעו לחולים המתאימים.
 - ב) 3 מהתרופות בדיוק יגיעו לחולים המתאימים.
 - ג) 2 מהתרופות יגיעו לחולים המתאימים.
 - ד) אף אחת מהתרופות לא תגיע לחולה המתאים.
18. האותיות של המלה JAVA מעורבלות באופן מקרי. מה ההסתברות שהמלה שנוצרה גם היא JAVA?
19. חפיסת קלפים מחולקת ל 2 חלקים בני 26 קלפים. מה ההסתברות שבכל חלק יהיה מספר שווה של קלפים אדומים וקלפים שחורים?
20. בכדי לקבל תו תקן, צריך מכשיר מסוים לעבור בהצלחה שתי בדיקות. בדיקה א' שההסתברות לעבור אותה היא 0.9 ובדיקה ב' שההסתברות לעבור אותה היא 0.8. הסיכוי שהמכשיר יעבור בהצלחה לפחות אחת מן הבדיקות היא 0.95. מה ההסתברות שהמכשיר לא יקבל תו תקן?