פרק א-4

שימוש בבלוקים:
מבחני t מזווגים.

מוטיבציה...

- במפעל לייצור פח ישנה מכונה הבודקת את חוזק הפח. המוכנה דוחפת שפיץ אל תוך הפח ומודדת את עומק השקע שנוצר ע"י השפיץ.
- למכונה יש שני שפיצים נפרדים, ישנו חשד ששפיץ אחד שונה מהשני.
- רוצים לבצע את מבחן ההשערות:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

- ניתן לבצע בסה"כ 20 דגימות.

מבחן t לאוכלוסיות ב"ת...

- נשתמש ב – 20 חתיכות פח.
- נקצה באופן אקראי 10 חתיכות לשפיץ הראשון ואת ה 10 הנותרים לשפיץ השני....
- אבל מה יקרה עם שונות חוזק הפח גדולה בהרבה מהשונות בשגיאת המדידה של השפיצים?

לא "נצליח" לדחות את H0!!!

החלופה: זיווג/ pairing / blocking

- ננסה "לנקות" את שונות חוזק הפח מהניסוי שלנו באופן הבא:
  - נשתמש ב – 10 פיסות פח בלבד, ועל כל פיסה נבצע 2 מדידות, אחת עם השפיץ הראשון והשנייה עם השפיץ השני.
  - זהו "זווג" של מדידות.
  - נסתכל על ההפרשים של כל מדידה – d.
  - מבחן ההשערות הוא:

$$H_0 : \mu_d = 0$$
$$H_1 : \mu_d \neq 0$$

ניסוח כמודל ליניארי

מבחן t לאוכלוסיות ב"ת

$$y_{ij} = \underbrace{\mu + \tau_i}_{\mu_i} + \tilde{\varepsilon}_{ij}$$

$$i = 1,2$$

$$j = 1,\dots,n_i$$

$$\sum_{i=1}^{2} \tau_i = 0$$

$$\tilde{\varepsilon}_{1j} \sim NID(0,\sigma_1^2)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{2j} \sim NID(0,\sigma_2^2)$$

$$Assume \;\; \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

מבחן t מזווג

$$y_{ij} = \underbrace{\mu + \tau_i}_{\mu_i} + \tilde{\beta}_j + \tilde{\varepsilon}_{ij}$$

$$i = 1,2$$

$$j = 1,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{2} \tau_i = 0$$

$$\tilde{\beta}_j \sim arbitrary$$

$$\tilde{\varepsilon}_{1j} \sim NID(0,\sigma_1^2)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{2j} \sim NID(0,\sigma_2^2)$$

$$d_j = y_{1j} - y_{2j}$$

השקילות של מערכת ההשערות

$$\mu_d = E(d_j) =$$

$$E(y_{1j} - y_{2j}) = E(y_{1j}) - E(y_{2j}) =$$

$$\mu_1 + \beta_j - (\mu_2 + \beta_j) =$$

$$\mu_1 - \mu_2$$

$$\begin{array}{l} H_0: \mu_d = 0 \\ H_1: \mu_d \neq 0 \end{array} \quad = \quad \begin{array}{l} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{array}$$

סטטיסטי המבחן

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}} \overset{H_0}{\sim} t_{n-1}$$

דוגמת SAS:

- N
- Mean
- StdDev
- StdErr
- Pr>|t|

הערות

- ניסויים בהם מזווגים את המידע הם מקרי פרטי של טכניקת תכנון ניסויים מבוססת על **בלוקים**. נדון בטכניקה זו ביתר הרחבה בחלק **ד'** של הקורס.
- למרות שביצענו 20 תצפיות, מספר דרגות החופש של פילוג ה t היה רק 9. זאת בניגוד ל 18 דרגות החופש אשר היינו יכולים להשיג ע"י מבחן לאוכלוסיות ב"ת.
  - זהו "חסרון" במבחן המזווג בגלל שככל שדרגות החופש גדלות, מבחן t יותר רגיש (פילוג t נהייה יותר צר).

אבל לרוב החיסרון שנובע ממעט דרגות החופש קטן מהיתרון...

המשך הערות...

- לרוב היתרון בזיווג התצפיות גובר על החיסרון, ניתן לראות זאת בדוגמא שלנו ע"י השוואת השונויות המדגמיות...

$$S_d = 1.2 \quad \Rightarrow \quad \bar{d} \pm t_{0.025,9} S_d / \sqrt{n}$$

$$-0.10 \pm (2.262)(1.20)/\sqrt{10} \qquad = -0.10 \pm 0.86$$

$$S_p = 2.32 \quad \Rightarrow \quad \bar{y}_1 - \bar{y}_2 \pm t_{0.025,18} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$4.80 - 4.90 \pm (2.101)(2.32)\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} \qquad = -0.10 \pm 2.18$$