

# פרק ג' - תורת המספרים

(1) לפי המשפט של פוליס אם יש ל מספר שלם שני גורמים קבועים אז יש ל המספר זה גורמים קבועים ל המספר השני הגדול ב השניים.  
 אם  $a$  ו- $b$  מספרים שלמים, אז  $\gcd(a, b)$  מחלק את  $a$  ו- $b$ .  
 אם  $a$  ו- $b$  מספרים שלמים, אז  $\gcd(a, b) \mid a$  ו- $\gcd(a, b) \mid b$ .

(2) המשפט של פוליס אומר ש אם יש ל מספר שלם שני גורמים קבועים אז יש ל המספר זה גורמים קבועים ל המספר השני הגדול ב השניים.  
 אם  $a$  ו- $b$  מספרים שלמים, אז  $\gcd(a, b) \mid a$  ו- $\gcd(a, b) \mid b$ .

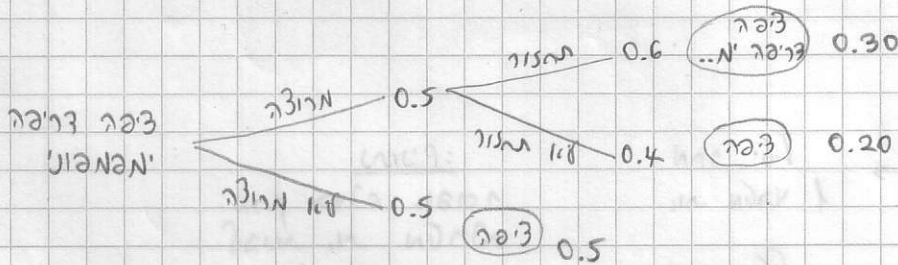
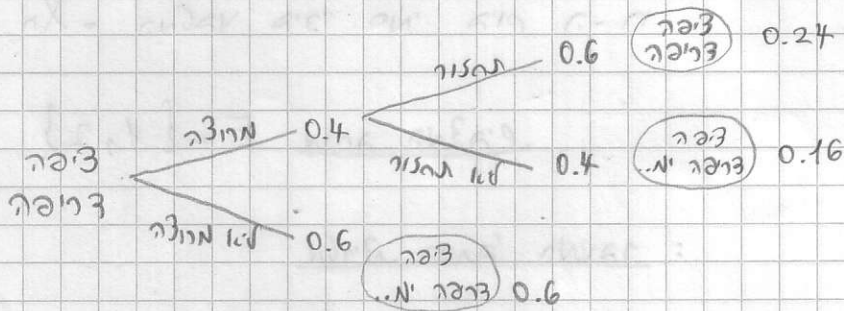
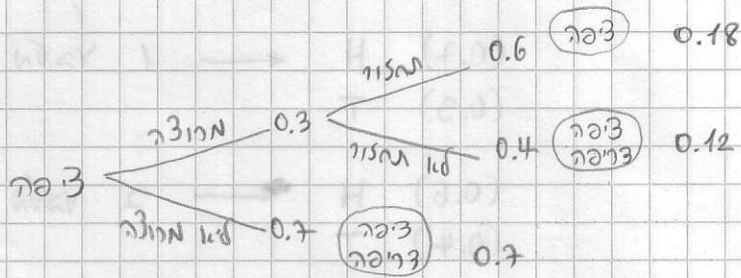
(3) המשפט של פוליס אומר ש אם יש ל מספר שלם שני גורמים קבועים אז יש ל המספר זה גורמים קבועים ל המספר השני הגדול ב השניים.  
 אם  $a$  ו- $b$  מספרים שלמים, אז  $\gcd(a, b) \mid a$  ו- $\gcd(a, b) \mid b$ .

לפי

סאלה - 8

$X_n$  - הקטין אליו הולכת זב' שאלט בקיז ה- n.

$$E = \left\{ \begin{array}{l} \text{זיפה} \\ \text{זיפה זיפה} \\ \text{זיפה יאמאבונ' } \end{array} \right.$$



מטריצת הסתברות המעבר =

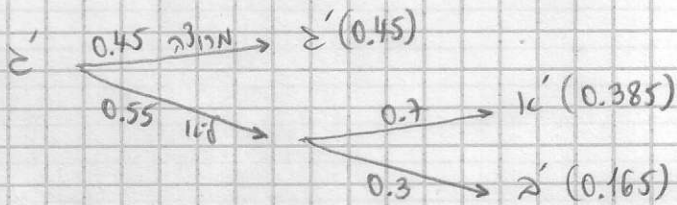
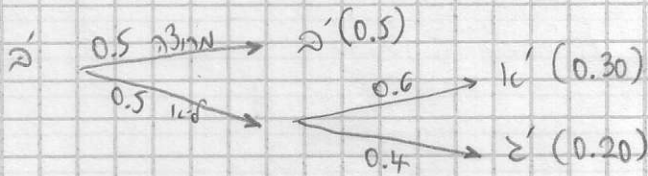
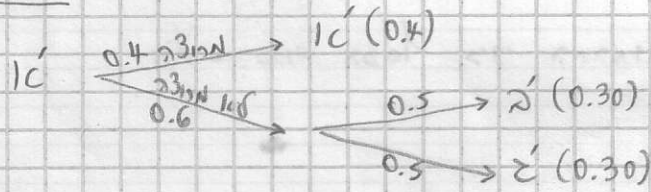
$X_n \backslash X_{n+1}$	זיפה	זיפה זיפה	זיפה זיפה יא
זיפה	0.18	0.82	0
זיפה זיפה	0	0.24	0.76
זיפה זיפה יאמאבונ	0.7	0	0.3



0.6 ממוצע  $1c' - N$   $1c'$   
 0.5 " "  $2c'$   
 0.55 " "  $3c'$

$$E = \{1c', 2c', 3c'\}$$

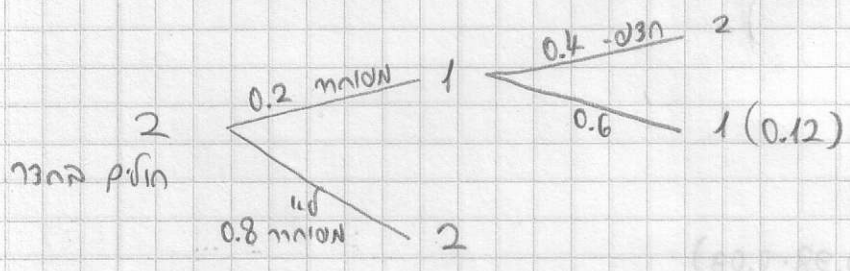
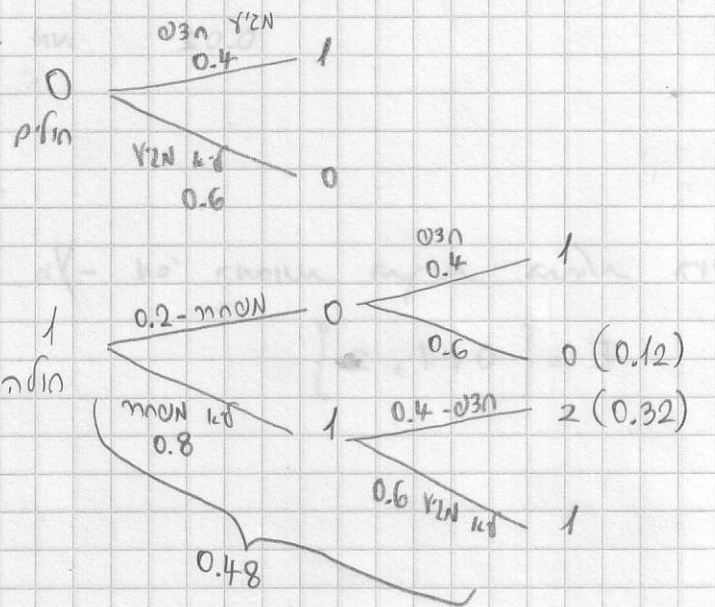
$X_n$



$X_n \backslash X_{n+1}$	$1c'$	$2c'$	$3c'$
$1c'$	0.4	0.3	0.3
$2c'$	0.3	0.5	0.2
$3c'$	0.385	0.165	0.45

- n - n' p' n' 102 2302 p' n' 6N - X<sub>n</sub> (17 - 2010)

$$E = \{0, 1, 2\}$$



X <sub>n</sub> \ X <sub>n+1</sub>	0	1	2
0	0.6	0.4	0
1	0.12	0.56	0.32
2	0	0.12	0.88

$$\hat{2}: P(X_5=0 | X_3=0) = P_{00}^{(2)} = (0.6 \ 0.4 \ 0) \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.12 \\ 0 \end{pmatrix} = 0.36 + 0.48 = \boxed{0.84}$$

$X_n \backslash X_{n+1}$	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
4	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$

$$= \text{M.M.} \quad (18 - 2\sqrt{10})$$

$$1c) \quad P(X_1=2 | X_0=1) = P_{12} = \underline{1}$$

$$2) \quad P(X_1=3 | X_0=2) = P_{23} = \underline{0}$$

$$3) \quad P(X_1=2 | X_0=3) = P_{32} = \underline{\frac{1}{4}}$$

$$3) \quad P(X_2=1, X_3=2, X_4=2 | X_0=2, X_1=1) =$$

$$= \frac{P(X_4=2, X_3=2, X_2=1, X_1=1, X_0=2)}{P(X_1=1, X_0=2)} =$$

$$= \frac{P(X_4=2 | X_3=2) \cdot P(X_3=2 | X_2=1) \cdot P(X_2=1 | X_1=1) \cdot P(X_1=1 | X_0=2)}{P(X_1=1 | X_0=2)} =$$

$$= \frac{P_{22} \cdot P_{12} \cdot P_{11} \cdot P_{21}}{P_{21}} = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 0 = \boxed{0}$$

$$3) \quad P(X_2=1 | X_0=2, X_1=3, X_3=2) =$$

$$= \frac{P(X_3=2, X_2=1, X_1=3, X_0=2)}{P(X_3=2, X_1=3, X_0=2)} =$$

$$= \frac{P(X_3=2 | X_2=1) \cdot P(X_2=1 | X_1=3) \cdot P(X_1=3 | X_0=2)}{P(X_3=2 | X_1=3) \cdot P(X_1=3 | X_0=2)} =$$

$$= \frac{P_{12} \cdot P_{31} \cdot P_{23}}{P_{32}^{(2)} \cdot P_{23}} = \frac{P_{12} \cdot P_{31}}{P_{32}^{(2)}} = \frac{1 \cdot \frac{1}{4}}{\frac{55}{144}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{144}{55} = \boxed{\frac{36}{55}}$$

$$P_{32}^{(2)} = \left( \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{9} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} + \frac{1}{24} + \frac{1}{16} + \frac{1}{36} = \frac{36+6+9+4}{144} = \frac{55}{144}$$

$$1) p(X_3=2 | X_1=1, X_4=2) =$$

$$= \frac{p(X_4=2, X_3=2, X_1=1)}{p(X_4=2, X_1=1)} = \frac{p(X_4=2 | X_3=2) \cdot p(X_3=2 | X_1=1) \cdot p(X_1=1)}{p(X_4=2 | X_1=1) \cdot p(X_1=1)} =$$

$$= \frac{P_{22} \cdot P_{12}^{(2)}}{P_{12}^{(3)}} =$$

$$P_{12}^{(2)} = (0 \ 1 \ 0 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1/6 \\ 1/4 \\ 1/9 \end{pmatrix} = 0 + \frac{1}{6} + 0 + 0 = \frac{1}{6}$$

$$P_{11}^{(2)} = (0 \ 1 \ 0 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 1/4 \\ 1/9 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}$$

$$P_{13}^{(2)} = (0 \ 1 \ 0 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/4 \\ 3/9 \end{pmatrix} = 0$$

$$P_{14}^{(2)} = (0 \ 1 \ 0 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1/3 \\ 1/4 \\ 4/9 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}$$

$$P_{12}^{(3)} = \left( \frac{1}{2} \ \frac{1}{6} \ 0 \ \frac{1}{3} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1/6 \\ 1/4 \\ 1/9 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} + \frac{1}{36} + 0 + \frac{1}{27} = \frac{54+3+4}{108} = \frac{61}{108}$$

$$= \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{61}{108}} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{61}{108}} = \frac{1}{36} \cdot \frac{108}{61} = \boxed{\frac{3}{61}}$$

32) התייחסו לתוצאה אינה משוואה סטוכסטית ופניו 0:

$$p_{10} + p_{11} + p_{12} + p_{13} \neq 1.$$

אלו הם גורמים נוספים עם  $p_{13}$  כך ש:  $p_{13} = 0.15$ .  
 זהו התייחסות גורמים התייחסות סטוכסטית. התקרה זה  
 הוא ערכם את  $P^{(100)}$  באמצעות משוואה גורמים.  
 ב-Excel ניתן באמצעות הפקודה:  $\text{mmult}()$   
 בתוכנה: Excel. זאת אולי 0.

$$P^{(100)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.1958 & 0.1818 & 0.3357 & 0.2867 \\ 0.1958 & 0.1818 & 0.3357 & 0.2867 \\ 0.1958 & 0.1818 & 0.3357 & 0.2867 \\ 0.1958 & 0.1818 & 0.3357 & 0.2867 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

קראו שהתוצאה אינה סטוכסטית! 100 יונים