דף הנוסחאות המצורף למבחן הסופי

א) $X \sim Geometric(p) \Leftarrow P(X=k)=\begin{cases}(1-p)^{k-1}p & k=1,2,\dots \\ 0 & otherwise\end{cases} \Leftarrow Var(X)=\frac{1-p}{p^2}$

ב) מערכות תורים במצב יציב.
קצב הגעות: λ
קצב שרות: μ

מערכת	התפלגות סטציונרית	הערות
M/M/1	$\pi_k=\rho^k(1-\rho)\ k=0,1,2,\dots \quad \rho<1$	$\rho=\frac{\lambda}{\mu}$ פילוג זמן השהייה במערכת במצב יציב הוא $\exp(\mu-\lambda)$.
M/M/1/K $K\in\{1,2,\dots\}$	$\pi_k=\begin{cases}\rho^k\frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}} & \rho\neq1 \\ \frac{1}{K+1} & \rho=1\end{cases} \quad k=0,1,\dots,K$	$\rho=\frac{\lambda}{\mu}$
M/M/c $c\in\{1,2,\dots\}$	$\pi_k=\begin{cases}\left(\sum_{n=0}^{c-1}\frac{r^n}{n!}+\frac{r^c}{c!}\frac{1}{1-\rho}\right)^{-1} & k=0 \\ \frac{r^k}{k!}\pi_0 & k=1,\dots,c \\ \frac{r^k}{c!c^{k-c}}\pi_0 & k=c+1,c+2,\dots\end{cases} \quad \rho<1$	$r=\frac{\lambda}{\mu}$ $\rho=\frac{r}{c}$
M/M/c/c $c\in\{1,2,\dots\}$	$\pi_k=\frac{r^k/k!}{\sum_{n=0}^{c}r^n/n!}$	$r=\frac{\lambda}{\mu}$ $\rho=\frac{r}{c}$
M/M/∞	$\pi_k=e^{-\rho}\frac{\rho^k}{k!}\ k=0,1,2,\dots$	$\rho=\frac{\lambda}{\mu}$

ג) עבור מודל המהמר:

$$f_{i,N}=\begin{cases}\begin{cases}\frac{1-\left(q/p\right)^i}{1-\left(q/p\right)^N} & p\neq q \\ \frac{i}{N} & p=q\end{cases} & i=1,\dots,N \\ 0 & i=0\end{cases}$$